

# 1 Einleitung

Lernen ist ein komplexer Vorgang. Was sich dabei in unserem Gehirn abspielt, ist noch nicht vollständig geklärt. Wir wissen aber unter anderem, dass schulisches Lernen ein aktiver Prozess ist, bei dem der Mensch das erworbene Wissen gestaltet und jeder auf seine individuelle Art im Gehirn speichert. Dabei spielen Gefühle und soziale Erfahrungen eine wichtige Rolle.

Diese Erkenntnisse werden als „**moderat-konstruktivistisches Lernverständnis**“ bezeichnet. Es umfasst die folgenden Merkmale und Überlegungen:

- Jeder Mensch konstruiert sich im Laufe seiner Entwicklung seine eigene Denkwelt.
- Lernen ist ein autonomer Prozess, d. h. der Mensch steuert sein Lernen weitgehend selbst.
- Gleichzeitig ist Lernen stark geprägt vom Dialog mit anderen Menschen.
- Dinge aktiv zu entdecken, bietet Gewähr dafür, dass echtes Lernen stattfindet.
- Bisherige Erfahrungen, bereits vorhandenes Wissen und die Motivation beeinflussen das Lernen in erheblichem Maße.
- Schließlich ist das Nachdenken über das eigene Lernen ein wichtiger Bestandteil erfolgreichen Lernens.

Diese wenigen Hinweise umschreiben wichtige Eigenschaften des Lernens von Schülerinnen und Schülern. Der Konstruktivismus unterschiedlicher Ausprägung ist die zur Zeit weitgehend akzeptierte Leitlinie für didaktisches Handeln. Die zentrale Aussage des mathematischen Konstruktivismus ist nach *T. Leuders*<sup>1</sup> *“Mathematische Objekte sind mentale Konstruktionen, Mathematik wird nicht entdeckt, sondern erfunden“*.

Für einen effektiven Unterricht ergeben sich daraus einige Konsequenzen. Lernangebote, -umgebungen oder -arrangements müssen:

- verschiedenartig sein und dadurch den Schülerinnen und Schülern unterschiedliche Zugänge zu einem Thema eröffnen
- sich stark auf den Alltag der Kinder und Jugendlichen beziehen und an ihr Vorwissen anknüpfen
- vielfältige Aufgaben auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus enthalten
- durch einen bewussten und sorgfältigen Umgang mit der Sprache auch zur Entwicklung der Sprachfähigkeiten beitragen
- Lernkontrollen umfassen und zum Nachdenken über das Thema wie über das Lernen anregen.

Die seit August 2003 gültigen neuen Rahmenrichtlinien für den Mathematikunterricht im Sekundarbereich I am Gymnasium transportieren Intentionen von Unterricht, die sich aus der oben skizzierten

---

<sup>1</sup> *Leuders, T.:* Mathematik - Didaktik. Berlin 2003.

Unterrichtsforschung der letzten 20 Jahre ableiten lassen. Um diese Intentionen deutlich zu machen, wurde im Frühsommer 2003 ein umfangreicher Materialienband mit vielen Anregungen zur Umsetzung der Bausteine der Stochastik veröffentlicht. Er basiert auf den Ergebnissen einer Arbeitstagung, die im Februar 2002 in Loccum stattfand. Im Juni 2002 wurden auf einer zweiten Arbeitstagung in Melle zwei Bausteine der Geometrie und Algebra auf die Ebene des realen Unterrichts übertragen. Hierbei wurde exemplarisch für jeweils einen Baustein aufgezeigt, wie man die dort benannten Inhalte und Methoden in Unterricht einbetten kann. Die Ergebnisse erschienen im November 2003 in einem weiteren Band.

Dieser dritte Band vervollständigt die Materialsammlung, die in ihrer Gesamtheit als Handreichung zu den Bausteinen der Rahmenrichtlinien zu verstehen ist. Die Unterrichtseinheiten entstanden auf einer Arbeitstagung im November 2003 in Laatzen.

Die Intentionen der Rahmenrichtlinien und der Arbeit der Gruppen stützen sich auch auf Studien des Max-Planck-Instituts<sup>2</sup>, in denen unter Rückgriff auf Konzepte der Schulpädagogik und der empirischen Unterrichtsforschung ein umfassendes, mehrdimensionales Modell der Qualität mathematischen Unterrichts entwickelt und empirisch validiert wurde. An einer entscheidenden Stelle ergänzt dieses Modell - motiviert durch neuere konstruktivistische Theorien des Lehrens und Lernens - den Ansatz der herkömmlichen Unterrichtsforschung.

Während bislang Aspekte eines geordneten, strukturierenden Lehrerhandelns einerseits und ein schülerorientiertes sozial-affektives Klima andererseits betont wurden, wird nun besonderer Wert auf das Ausmaß der kognitiven Aktivierung der Schülerinnen und Schüler in der Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand und im Austausch von Argumenten gelegt. Die Auswertung der Beobachterurteile legt drei übergeordnete Faktoren nahe:

- eine **Unterrichtsführung**, die klassische Merkmale der klaren, strukturierten, gut organisierten Instruktion zusammenfasst
- eine **Schülerorientierung**, die das Eingehen auf individuelle Lernpotenziale und Bedürfnisse der einzelnen Schülerinnen und Schüler beschreibt
- und eine **kognitive Aktivierung**, die die Komplexität von Aufgabestellungen und Argumentationen und die Intensität des fachlichen Lernens widerspiegelt.

Die Unterrichtseinheiten wurden von den didaktischen Leitvorstellungen ausgehend gestaltet, dass eine inhaltliche Konzentration auf mathematische Grundideen und auf bedeutsame Anwendungen eine intensive Auseinandersetzung mit den Inhalten ermöglicht und zu mehr Sicherheit führt. Dabei

---

<sup>2</sup> Mathematikunterricht in der Sek. I: „Aufgabenkultur und Unterrichtsgestaltung“ von Eckhard Klieme, Gundel Schümer und Steffen Knoll, erschienen in: TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen, Praxisberichte und Video-Dokumente. (Herausgegeben vom Bundesministerium für Bildung und Forschung.)

versuchte man Lernumgebungen zu schaffen, die mit ästhetischen und experimentellen Aspekten sowie vielfältigen Sachbezügen den Lernenden ein Angebot bieten, sich mit unterschiedlichen Voraussetzungen mathematisch sinnvoll betätigen zu können. Die Strukturen der Lernumgebungen laden zum operativen Erschließen ein, unterstützen aktiv entdeckendes Lernen und eigenständiges Forschen, wodurch die Reflexion des eigenen Tuns provoziert wird. Wenige, aber ergiebige und auf die mathematischen Grundideen abgestimmte Darstellungsweisen, Modelle und Arbeitsmaterialien sollen zu einem besseren nachhaltigerem Verständnis verhelfen. Die Art der Problemstellungen und Übungsanlagen ermöglicht persönlich stimmige Lernwege und leitet zu Kommunikation und Lernen im Team an.

Der besondere Dank für die Erstellung dieser Materialiensammlung gilt allen Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die an der Arbeitstagung im November 2003 in Laatzten mitgewirkt haben. Sie haben mit großem Engagement in der kurzen Zeit vor Ort und auch bei der anschließenden Überarbeitung der Materialien zu Hause in eindrucksvoller Weise die neuen Ideen und Schwerpunkte der Bausteine herausgestellt.

Insbesondere ist den Kolleginnen und Kollegen zu danken, die die Arbeit der Gruppen koordiniert und die Endredaktion übernommen haben:

- 3.2.6 Längen, Flächeninhalte, Rauminhalte und deren Terme  
*Werner Hellberg und Markus Eberle*
- 3.2.9 Lineare Zusammenhänge  
*Wilhelm Weiskirch*
- 3.3.3 Ähnlichkeit  
*Ulf-Hermann Krüger*
- 3.3.5 Von der Konstruierbarkeit zur Berechenbarkeit  
*Thomas Sperlich*
- 3.3.6 Zahlbereichserweiterung II: Wurzeln und ihre Dezimaldarstellungen  
*Hans-Dieter Stenten-Langenbach*
- 3.3.7 Gleichungslöseverfahren  
*Hans Kramer*
- 3.3.8 Längen, Flächeninhalte, Rauminhalte und Näherungsverfahren  
*Gudrun Köppen-Castrop*

Neben dieser gedruckten Fassung ist eine elektronische Version mit weiteren Arbeitsdateien auf dem Niedersächsischen Bildungsserver abgelegt (<http://nibis.ni.schule.de/nibis.phtml?menid=808>).

Stadthagen, im November 2004

*Wilhelm Weiskirch*